

Naam: Collegekaart-nummer:

- Legitimatie verplicht.
- Tijdens de eerste 30 minuten mag de zaal niet worden verlaten.
- Op de tafel: legitimatie, tentamenvel, schrijfgerei, rekenmachine, A4tje met aantekeningen, eten, drinken.
- Niet op de tafel: al het overige, in het bijzonder telefoon en/of apparaten met internet.
- Het gebruik van markeerstiften is niet toegestaan.
- Als je naar het toilet wilt, steek dan een vinger op om een surveillant te waarschuwen. Hij of zij zal je toestemming geven om te gaan en met je meelopen naar het toilet. Toiletbezoek is niet toegestaan tijdens het eerste en het laatste halfuur van het tentamen. Redelijkerwijs gaat de surveillant er vanuit dat je hooguit éénmaal tijdens het tentamen het toilet bezoekt.
- Het is verboden een apparaat met internettoegang mee naar het toilet te nemen.
- Verplicht inleveren: alle antwoordbladen, ook als ze leeg zijn.
- Niet verplicht inleveren: de opgavenbladen.
- Nadat de zaal is verlaten, is het niet toegestaan te verblijven in de gangen/hal direct buiten de zaal in verband met geluidsoverlast.
- De instructies van de surveillant dienen te worden opgevolgd.

Meerkeuze antwoorden

- Bij elke vraag is steeds precies één antwoord het juiste. In enkele gevallen kunnen andere antwoorden “bijna juist” of “deels juist” zijn. In dergelijke gevallen geldt het beste antwoord.
- Antwoord in de daarvoor bestemde vakjes door een kruisje te plaatsen. Heb je je vergist, kras dan het kruisje door, en zet een kruisje in een ander vakje.
- Het is mogelijk om aan de surveillant een nieuw antwoordvel te vragen. Onze voorraad vellen is eindig, first come first serve.
- Omdat er verschillende versies van de opgaven bestaan, correspondeert de volgorde van de meerkeuzevragen opgaven niet altijd met de volgorde van de stof zoals die behandeld is in de colleges.

Succes!

	A	B	C	D
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				

	A	B	C	D
9.				
10.				
11.				
12.				
13.				
14.				
15.				
16.				

	A	B	C	D
17.				
18.				
19.				
20.				
21.				
22.				
23.				
24.				

Kladpapier.

Meerkeuzevragen

1. (Het spin-model van annealing.) De temperatuur loopt van 0 tot 100. Geef de kans dat de toestand van de middelste cel verandert, als de maximum toegestane lokale energie gelijk is aan 4 conflicterende cellen, en de temperatuur gelijk is aan 60 eenheden.

→	→	↓
↓	↓	←
↓	↓	↓

- (a) 0.0
 ✓ 0.6
 (c) 0.71123
 (d) 1.0

Toelichting. De middelste cel conflicteert met minder dan 4 cellen, dus zal om die reden niet van toestand veranderen. De middelste cel kan dan alleen nog door het annealing-effect veranderen. De kans daarop is $60/100 = 0.6$.

2. (Simulated annealing.) Het doel is functie-minimalisatie. De waarde van een gevonden oplossing is $y = 5$. Bereken de kans op acceptatie van een alternatieve oplossing $y' = 6$, als $T = 2$ en $k = 1/\ln(4)$.

- (a) $1/4$
 ✓ $1/2$
 (c) $\sqrt{2}/2$.
 (d) Een ander antwoord.

Toelichting. De nieuw gevonden oplossing wordt geaccepteerd met kans

$$P\{\text{accepteer}\} = e^{-\frac{E}{kT}} = e^{-\frac{\Delta\text{Uitkomst}}{kT}} = e^{-\frac{1}{\ln(4)} \cdot 2} = e^{-\frac{\ln(4)}{2}} = [e^{-\ln(4)}]^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

of:

$$= \dots = (e^{\ln(4)})^{-1/2} = (4)^{-1/2} = (2^2)^{-1/2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

3. (Deeltjeszwerm-optimalisatie.) Gegeven is een deeltje met plaats $s = (3, 2)$, en snelheid

$$v = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

De beste oplossing welke het deeltje tot nu toe zelf heeft gevonden, bezit coördinaten $P = (1, 5)$. De tot nu toe beste globale oplossing bevindt zich op positie $G = (4, 7)$. Verder is de traagheid van deeltjes gelijk aan $I = 0.9$, en is de aantrekkingskracht van de globale oplossing gelijk aan $A_G = 0.3$. Er is geen ruis of verstoring. Bereken de nieuwe snelheidsvector.

- (a) $(3.89, 4.33)$.
 (b) $(3.96, 4.39)$.
 (c) $(4.33, 3.89)$.
 ✓ $(4.39, 3.96)$.

Toelichting. Er geldt

$$v_P = P - s = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ en } v_G = G - s = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Er geldt $A_P = 1 - A_G$. Dus

$$\begin{aligned} v_{\text{nieuw}} &= Iv + (1 - I)[A_P v_P + A_G v_G] \\ &= 0.9 \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} + (1 - 0.9) \left[0.7 \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + 0.3 \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \\ &= \begin{pmatrix} 4.39 \\ 3.96 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

4. (Deeltjeszwerm-optimalisatie.) In welk opzicht komen deeltjeszwerm- en vuurvliegjes-optimalisatie overeen?

- (a) Deeltjes zijn op de hoogte van hun tot nu toe best gevonden oplossing.
- (b) Deeltjes zijn op de hoogte van de tot nu toe best gevonden globale oplossing.
- (c) Deeltjes zijn op de hoogte van hun tot nu toe best gevonden oplossing, én van de tot nu toe best gevonden globale oplossing.
- ✓ Een ander antwoord.

Toelichting. In vuurvliegjes-optimalisatie zijn deeltjes agnostisch: ze zijn niet op de hoogte van hun tot nu toe best gevonden oplossing, en ze zijn ook niet op de hoogte van de tot nu toe best gevonden globale oplossing. Het algoritme vergelijkt continu slechts twee deeltjes, en laat een minder fel deeltje toe bewegen naar het felle deeltje. Dat is alles.

5. (Vuurvliegjes-optimalisatie.) Welk iteratiemodel is het meest effectief? Per iteratie (i.e., ronde) ...

- ✓ worden alle deeltjes met alle andere deeltjes vergeleken.
- (b) worden alle deeltjes met een random groep ter grootte K vergeleken.
- (c) wordt elk deeltje uit een random groep ter grootte N met alle andere deeltjes vergeleken.
- (d) wordt elk deeltje uit een random groep ter grootte N met een random groep ter grootte K vergeleken.

Toelichting. Hoewel subsets de rekentijd per ronde verlagen, ondermijnt het de collectieve intelligentie van het agnostische vuurvliegjes-algoritme. Omdat vuurvliegjes geen geheugen hebben, is de paarsgewijze vergelijking met de volledige populatie (N) de enige manier om de globale gradiënt van het landschap direct te “voelen”. Bij een beperkte subset mist een deeltje vaak de meest felle burens, waardoor de beweging minder gericht is en de informatie over het globale optimum veel trager door de zwerm sijpelt.

6. (Vuurvliegjes-optimalisatie.) Van twee deeltjes s_1 en s_2 is de locatie respectievelijk $(2, 5)$ en $(5, 8)$. De fitness-waarde van deze deeltjes op die locaties is respectievelijk 0.5 en 0.7 . Verder geldt $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 10^{-3}$, en $\epsilon = (0.5, -0.3)$.

Er wordt geoptimaliseerd. Geef de nieuwe locatie van het deeltje dat zich verplaatst.

- (a) $(10.82, 8.65)$
- (b) $(8.65, 10.82)$
- ✓ $(8.39, 10.59)$
- (d) $(10.58, 8.38)$

Toelichting. De afstand tussen s_1 en s_2 is

$$r_{12} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (8 - 5)^2} = \sqrt{18}.$$

Dat dit niet heel lekker uitkomt is geen probleem, want we hebben later r_{12}^2 nodig, en niet r_{12} .

De functiewaarde bij s_2 is groter dan die bij s_1 , dus s_1 zal bewegen, en s_2 zal op haar plaats blijven.

$$\begin{aligned}
 s_1^{\text{nieuw}} &= s_1 + \beta e^{-\gamma r_{12}^2} (s_2 - s_1) + \alpha \epsilon \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + 2e^{-10^{-3} \cdot 18} \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + 2e^{-0.018} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2.5 \\ 4.7 \end{pmatrix} + 2e^{-0.018} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \\
 &\approx \begin{pmatrix} 2.5 \\ 4.7 \end{pmatrix} + 1.96 \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 8.38 \\ 10.58 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

7. (Genetische algoritmen.) Een mating pool wordt gevuld door vijf keer fitness-proportionele selectie (met terugleggen) toe te passen. Bereken de kans dat genotype C voorkomt in de mating pool. De populatie bestaat uit zes genotypen, te weten:

- drie exemplaren A met fitness 3
- twee exemplaren B met fitness 1
- één exemplaar C met fitness 2

- (a) 0.05
(b) 0.10
(c) 0.25
(d) 0.33

Toelichting. De totale fitness is gelijk aan $3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 2 = 13$. Bij fitness-proportioneel kiezen is de kans dat type C bij één keer kiezen bij toeval wordt geselecteerd dus gelijk aan

$$\frac{2}{13}.$$

We gaan werken met complementaire kansen. De kans dat type C na één keer kiezen bij toeval niet wordt gekozen is dus gelijk aan

$$1 - \frac{2}{13} = \frac{11}{13}.$$

De mating pool bevat evenveel elementen als een populatie. De kans dat C vijf keer achter elkaar bij toeval niet wordt gekozen is daarmee gelijk aan

$$\left(\frac{11}{13}\right)^5$$

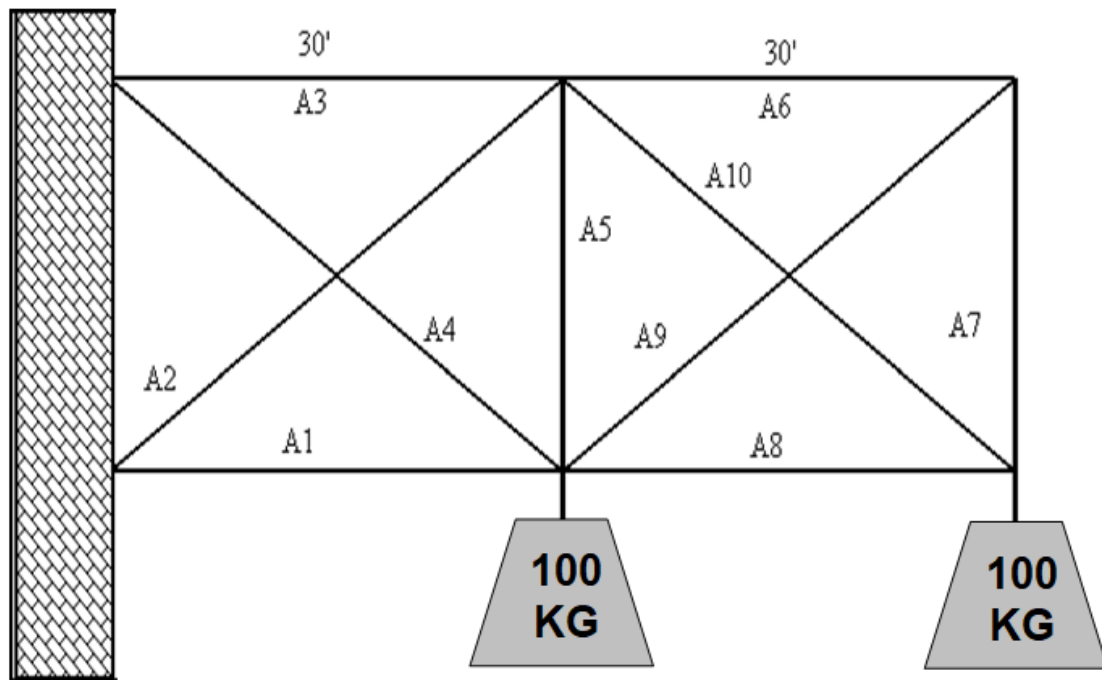
De kans dat C bij vijf trekkingen tenminste één keer wordt gekozen is dus gelijk aan

$$1 - \left(\frac{11}{13}\right)^5 \approx 0.56.$$

Het goede antwoord staat (stond) er dus niet bij. Hoe hier in de normering mee wordt omgegaan staat vermeld op de site, pagina “nieuws”.

8. (Genetische algoritmen.) Goldberg en Samtani lieten zien hoe middels genetische algoritmen een lichte maar onbreekbare constructie van een giek kan worden gevonden. Als stangdiktes lopen van 4mm tot 35mm, in stappen van 1mm, hoe lang zijn dan de bijbehorende chromosomen?

NB. in de afbeelding zijn de vier schuine stangen langer dan de zes rechte stangen, en is er aan de muurzijde geen verticale rechte stang.



- (a) 32
- ✓ 50
- (c) 40
- (d) 320

Toelichting. Er zijn $35 - 4 + 1 = 32$ verschillende stangdiktes (tellen van 1 t/m 32 is hetzelfde als tellen van $1+3$ t/m $32+3$). Om die 32 verschillende stangdiktes te coderen zijn $^2\log(32) = 5$ bits nodig. Het plaatje toont $6 + 4 = 10$ stangen, dus de chromosoomlengte is $10 \times 5 = 50$ bits lang.

9. (GP). Gegeven zijn twee LISP programma's.

```
(if (food-ahead) (move 3) (turn-right))
(if (blocked) (turn-left) (sleep 1)).
```

Hoeveel kruisingen zijn er mogelijk?

- (a) 9.
- (b) 10.
- ✓ 11.
- (d) Een ander antwoord.

Toelichting. We hebben te maken met homogene expressies: alles is een imperatief. De eerste expressie bevat één test (food-ahead), drie statements (if, move en turn) en één getal (3); de tweede expressie ook: het getal is daar 1. Alleen expressies van een gelijk type mogen met elkaar kruisen. Dus er zijn

$$1 \times 1 + 3 \times 3 + 1 \times 1 = 11$$

kruisingen mogelijk.

10. (GP). Gegeven zijn twee LISP programma's.

```
(if-food-ahead (move) (turn-right))
(if-blocked (turn-left) (sleep)).
```

Hoeveel kruisingen zijn er mogelijk?

- ☒ 9.
- (b) 10.
- (c) 11.
- (d) Een ander antwoord.

Toelichting. De eerste expressie bevat drie statements (if, move en turn) en de tweede ook. Dus er zijn

$$3 \times 3 = 9$$

kruisingen mogelijk.

11. (Co-evolutie.) Individu A scoort 5 uit 5; individu B scoort 4 uit 10; individu C scoort 3 uit 5. Bepaal de genormeerde relatieve fitness van A .

- (a) $1/4$
- ☒ $1/2$
- (c) $3/4$
- (d) Een ander antwoord.

Toelichting.

$$\frac{5/5}{5/5 + 4/10 + 3/5} = \frac{5}{5 + 2 + 3} = \frac{1}{2}.$$

12. We werken met de Watson *et al.*'s *score3* metriek, i.e., de *Min-d* metriek. $A = (1, 2, 3)$, $B = (3, 1, 2)$, $C = (1, 3, 2)$, $D = (3, 2, 1)$.

- ☒ $B < A$ en $D < C$
- (b) $A < B$ en $C < D$
- (c) $D < C$ en $C < A$
- (d) $B < D$ en $B < A$

Toelichting. $B < A$, want dit paar verschilt het minst op de 2e en 3e coördinaat, en de eerste daarvan is bepalend. $D < C$, want dit paar verschilt het minst op de 2e en 3e coördinaat (welke we nemen maakt verder niet uit). De overige vier paren zijn onderling onvergelijkbaar, want komen overeen op tenminste één coördinaat.

13. Geef het Pareto-front van

$$\begin{pmatrix} 2, 3 & 4, 2 & 3, 2 \\ 3, 3 & 1, 4 & 3, 1 \\ 2, 2 & 4, 1 & 2, 1 \end{pmatrix}$$

- (a) $\{(3, 3), (1, 4), (4, 1)\}$
- ☒ $\{(3, 3), (1, 4), (4, 2)\}$
- (c) $\{(4, 2), (1, 4), (4, 1)\}$
- (d) Een ander antwoord.

Toelichting. Voor elk van deze punten geldt dat geen ander punt in de lijst staat dat op beide criteria (x en y) minstens gelijk scoort én op minimaal één criterium strikt beter is. Zo wordt $(3, 2)$ gedomineerd door $(3, 3)$, en worden de

overige punten zoals (2, 2) of (3, 1) overtroffen door de hogere waarden in het front; de drie geselecteerde punten zijn onderling onvergelijkbaar omdat winst op de ene as bij hen altijd gepaard gaat met verlies op de andere.

14. (Speltheorie.) Geef de pure Nash-equilibria van

$$\begin{pmatrix} 2, 3 & 4, 2 & 3, 2 \\ 3, 3 & 1, 4 & 3, 1 \\ 2, 2 & 4, 1 & 2, 1 \end{pmatrix}$$

- (a) $\{(3, 3)\}$
- (b) $\{(3, 3), (1, 4), (4, 1)\}$
- (c) $\{(3, 3), (1, 4), (4, 2)\}$

✓ Die zijn er niet.

Toelichting. In dit specifieke spel zijn er geen pure Nash-equilibria omdat er geen enkel punt is waar beide spelers tegelijkertijd hun beste antwoord geven op de keuze van de ander. Hoewel de Rij-speler bijvoorbeeld optimaal zit bij de uitbetaling (3, 3) in de eerste kolom, heeft de Kolom-speler daar een prikkel om over te stappen naar de tweede kolom voor een hogere uitbetaling van 4. Omgekeerd, zodra de Kolom-speler bij die (1, 4) uitkomt, wil de Rij-speler direct weer naar een andere rij springen om zijn eigen score van 1 naar 4 te verbeteren, waardoor er een voortdurende cirkel van verbeteringen ontstaat zonder stabiel rustpunt.

15. (Speltheorie.)

$$\begin{pmatrix} 1, -1 & 0, 1 \\ -1, 2 & 1, 0 \end{pmatrix}$$

Dit spel bevat

- ✓ Geen pure evenwichten, en één gemengd evenwicht $(1/2, 1/3)$.
- (b) Geen pure evenwichten, en één gemengd evenwicht $(1/3, 1/2)$.
- (c) Eén puur evenwicht, en één gemengd evenwicht $(1/2, 1/3)$.
- (d) Eén puur evenwicht, en één gemengd evenwicht $(1/3, 1/2)$.

Toelichting. Door betalings-profielen te vergelijken is na te gaan dat dit spel geen pure Nash-evenwichten heeft. Eventuele gemengde evenwichten kunnen berekend worden via de indifferentie-methode. Laat (p, q) het gezochte strategie-profiel zijn. Er geldt

$$\begin{aligned} E_{\text{rij}}[C | q] &= 1 \cdot q + 0 \cdot (1 - q) = q, \\ E_{\text{rij}}[D | q] &= -1 \cdot q + 1 \cdot (1 - q) = 1 - 2q, \\ E_{\text{kolom}}[C | p] &= -1 \cdot p + 2 \cdot (1 - p) = 2 - 3p, \\ E_{\text{kolom}}[D | p] &= 1 \cdot p + 0 \cdot (1 - p) = p \end{aligned}$$

De rij-speler is indifferent als $E_{\text{rij}}[C | q] = E_{\text{rij}}[D | q]$. Daar komt uit $q = 1/3$. De kolom-speler is indifferent als $E_{\text{kolom}}[C | p] = E_{\text{kolom}}[D | p]$. Daar komt uit $p = 1/2$.

16. (Herhaalde spelen.) Bepaal de gemiddelde opbrengst voor Pavlov als deze 100 ronden speelt tegen All-D in het prisoner's dilemma met standaard uitbetalingen 0, 1, 3 en 5.

- ✓ $1/2$
- (b) 1
- (c) $3/2$
- (d) 2

Toelichting. Drie equivalente definities van Pavlov:

- (a) Wissel van strategie a.e.s.a. je tegenstander in de vorige ronde verzaakte.
- (b) Wissel van strategie a.e.s.a. jij de vorige ronde S (Sucker) of P (Punishment) was.
- (c) Werk samen a.e.s.a. zowel jij als de tegenstander in de vorige ronde dezelfde strategie hanteerden.

Dus

	0	1	0	1	...	0	1	Totaal
Pavlov	C	D	C	D	...	C	D	50
All-D	D	D	D	D	...	D	D	

Dus de gemiddelde opbrengst is $50/100 = 1/2$.

17. (Herhaalde spelen.) Bepaal de verwachte gemiddelde opbrengst voor TFT als deze 100 rondes speelt tegen RAND in het prisoner's dilemma met standaard uitbetalingen 0, 1, 3 en 5.

- (a) 2.2415
- ✓ 2.2425
- (c) 2.25
- (d) 2.2524

Toelichting. Elke ronde speelt RAND actie C met kans $1/2$. Deze acties worden ge-echoot door TFT in elke volgende ronde. In elke ronde zijn de acties van RAND en TFT onafhankelijk. Immers, RAND genereert elke volgende een nieuwe actie. Tegelijkertijd weten we dat de acties van TFT, als echo van RAND, evenredig verdeeld zijn over $\{C,D\}$. Dus elk van de vier actieprofielen komt door de bank genomen even vaak voor. De enige uitzondering is de eerste ronde, omdat TFT daar samenwerkt. Dus daar is de verwachte opbrengst $(3 + 0)/2 = 1.5$. Voor de overige 99 rondes is de totaal verwachte opbrengst voor TFT $99 \times (0 + 1 + 3 + 5)/4$.

De verwachte gemiddelde opbrengst voor TFT na 100 rondes is dus

$$\frac{1 \frac{1}{2} + 99 \times \frac{0 + 1 + 3 + 5}{4}}{100} = 2.2425.$$

18. (De replicator-dynamiek.) Gegeven is de discrete replicator-vergelijking met relative score-matrix

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

en initiële proporties $P = (0.2, 0.5, 0.3)$.

Bereken één iteratie met de hand, en rond af op twee decimalen.

- (a) (0.484, 0.253, 0.263)
- (b) (0.263, 0.484, 0.253)
- (c) (0.253, 0.494, 0.253)
- ✓ (0.253, 0.253, 0.494)

Toelichting. Score per soort:

$$S = R \cdot P = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.5 \\ 0.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.4 \\ 1.3 \end{pmatrix}.$$

Ongenormaliseerde nieuwe proporties:

$$Q = P * S = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.5 \\ 0.3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1.0 \\ 0.4 \\ 1.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.20 \\ 0.20 \\ 0.39 \end{pmatrix}.$$

Waarbij “*” het Hadamard-product is. Genormaliseerde nieuwe proporties:

$$P = \frac{1}{\sum Q} Q = \frac{1}{0.79} \begin{pmatrix} 0.20 \\ 0.20 \\ 0.39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.253 \\ 0.253 \\ 0.494 \end{pmatrix}.$$

19. (De replicatordynamiek.) We bekijken de replicatordynamiek op basis van de *Grand Table*. Welke bewering is ONWAAR?

- (a) Bij aanvang moeten alle strategieën vertegenwoordigd zijn in de initiële proporties.
- ✓ Het asymptotische gedrag van de replicator is robuust ten opzichte van de initiële condities, wat het model voorspelbaar en inzichtelijk maakt.
- (c) De replicator kan convergeren naar een limiet-punt.
- (d) De replicator kan convergeren naar een cyclus.

Toelichting. Het limiet-gedrag van de replicator hangt wel degelijk af van beginwaarden. Eén en ander werd besproken op college.

Betreffende antwoord (19a): dit is geen noodzakelijke, maar wel een zeer gewenste conditie—anders worden sommige strategieën al bij voorbaat uitgesloten van competitie. Bijvoorbeeld, als een sterke strategie afwezig is in de initialisatie, zal deze nooit meer een aandeel krijgen bij een verdere ontwikkeling van de replicator. Was de sterke strategie er in het begin wél, dan zou deze in de loop der tijd groeien en domineren.

20. (Chaos.) Waarom kan de lange-termijnnuitkomst van een chaotisch proces nooit op de computer berekend worden?

- (a) Omdat een chaotisch proces een stochastisch (i.e., probabilistisch cq. random) proces is.
- ✓ Omdat een chaotisch proces extreem gevoelig is voor kleine veranderingen in beginwaarden.
- (c) Omdat een chaotisch proces mixt. Er is dus altijd een punt dat, geïtereerd, dicht ligt in de toestand-ruimte.
- (d) Omdat de verzameling periodieke punten dicht ligt in de toestand-ruimte.

Toelichting. Een chaotisch proces is extreem gevoelig voor kleine veranderingen in de beginwaarden; dit betekent dat kleine afrondingsfouten of onnauwkeurigheden op een computer exponentieel kunnen groeien, waardoor de lange-termijnnuitkomst praktisch onvoorspelbaar wordt.

Antwoord 20a is fout omdat chaotische processen deterministisch zijn en niet echt random; ze volgen vaste regels, ook al lijken de uitkomsten onregelmatig. Antwoord 20c is deels waar in de zin dat chaos vaak “mixing” vertoont, maar dit verklaart niet waarom een computer de lange termijn niet kan berekenen. Antwoord 20d is incorrect. Het is een feit dat periodieke punten dicht liggen in de toestandruimte, maar dit verhindert op zich geen berekening; de echte beperking komt door de gevoeligheid voor initiële condities.

21. (Chaos.) De grootte van een populatie die groeit in een ruimte met begrensde reserves kan worden gemodelleerd middels de logistische afbeelding

$$\kappa : [0, 1] \rightarrow [0, 1] : x \mapsto 4x(1 - x)$$

Iemand wil uitrekenen hoe groot de populatie is na één miljoen iteraties, voor een startwaarde $s_0 = 0.75$.

- (a) Dit kan: gewoon één miljoen keer itereren en klaar.
- ✓ Dit kan, maar een miljoen keer itereren is niet nodig.
- (c) Dit kan niet, want κ is chaotisch voor $r = 4$.
- (d) Dit kan niet, want computers kunnen maar met een eindige precisie rekenen, en de imprecisie van de baan van 0.75 neemt exponentieel toe.

Toelichting. Dit kan: 0.75 invullen geeft direct weer 0.75. Dus de baan van 0.75 is daarmee 0.75, 0.75, 0.75, ...

22. (Een bestiarium van algoritmen.) Welke conclusie geldt NIET?

- (a) Algoritmen gebaseerd op metaforen uit de natuur spreken tot de verbeelding.
- (b) Veel beschrijvingen van nature-inspired algoritmen zijn onnodig vaag, soms inconsistent, en leggen te veel nadruk op de metafoor zélf.
- (c) Om een NI-algoritme op waarde te schatten, móet door de metafoor worden heengekeken.
- ✓ Nature-inspired algoritmen zijn te traag en computationeel te zwaar voor de praktijk.

Toelichting. Voor complexe problemen, zoals NP-volledige problemen, zijn traditionele exacte methoden vaak vele malen trager zodra de schaal toeneemt. Bovendien zijn nature-inspired algoritmen van nature geschikt voor parallelisatie. Omdat elk individu in een populatie onafhankelijk geëvalueerd kan worden, schalen ze perfect op moderne GPU's en multi-core systemen. In de tijd die een traditioneel algoritme nodig heeft om één pad te berekenen, kan een zwerm-algoritme vaak al een meer dan bevredigende oplossing bieden.

23. (Een bestiarium van algoritmen.) In het artikel “Metaphor-based meta-heuristics, a call for action”, stellen de auteurs voor een clause op te nemen in de voorwaarden voor inzending. Deze clause bestaat uit vier condities. Welke conditie komt er NIET in voor?

- i) De voorgestelde methode hanteert een gangbare, standaard optimalisatie-terminologie.
 - ii) Het gebruik van de metafoor wordt gemotiveerd op een wetenschappelijke basis.
 - iii) Het artikel beargumenteert overtuigend dat de gekozen biologische metafoor een statistisch significante correlatie vertoont met het onderzochte ecosysteem.
 - iv) Het artikel toont aan dat de nieuwe methode nuttige en vernieuwende concepten toevoegt aan het vakgebied.
 - v) Er wordt een eerlijke vergelijking gepresenteerd met andere state-of-the-art meta-heuristieken.
- (a) i).
 - (b) ii).
 - ✓ iii).
 - (d) Een andere conditie.

Toelichting. Conditie iii) komt niet voor in de clause. Daarnaast is het een onredelijke conditie omdat het een logische categorie-fout begaat: het verwacht de bron van de inspiratie met de kwaliteit van het wiskundige gereedschap. Een bioloog die mieren bestudeert, moet aantonen dat zijn model klopt met de natuur. Een informaticus die een algoritme schrijft, hoeft alleen aan te tonen dat zijn code wiskundig werkt. Of een echte mier zich wel of niet zo gedraagt, is voor de effectiviteit van de berekening niet relevant.

24. (Een bestiarium aan algoritmen.) Welke meta-heuristiek werd door o.a. de uitvinder van mierenkolonie-optimalisatie onderuitgehaald?

- (a) Elephant herding.
- ✓ Cuckoo search.
- (c) Slijmzwam-optimalisatie.
- (d) Mierenkolonie-optimalisatie.

Toelichting. Dorigo *et al.*'s kritiek op Cuckoo search werd met enige aandacht besproken in het college getiteld “Een bestiarium aan algoritmen”. De overige algoritmen werden terloops besproken (hill climbing en elephant herding), of kwamen in andere colleges uitgebreid aan bod als valide meta-heuristieken (slijmzwam-optimalisatie). Elephant Herding Optimization (EHO) is een valide en erkende meta-heuristiek, in 2015 geïntroduceerd door Gai-Ge Wang. Net als het vuurvliegjes-algoritme is het geïnspireerd op de natuur, specifiek op het sociale gedrag van olifantenkuddes.

Slijmzwam-optimalisatie en mierenkolonie-optimalisatie werden in de cursus eerder behandeld als valide algoritmen. Bovendien is mierenkolonie-optimalisatie van de hand van Dorigo zelf.