

25/01/2017

Parallel Merge-Sort, Analyse

- 2 varianten : Bin / Flas
- 2 cpx. param : Work / Span
- 2 algoⁿ : Merge / Sort

8 keer MT toepassen!

Idee voor twee oplossingen:

Mbv 1* Search verdeel je de Merge in twee parallelle Merges van halve grootte.

Uitwerking 1 Gebruik Binary Search met logaritmische work en span.

Uitwerking 2 Gebruik Flash Search met lineair work en constante span.

In beide gevallen krijg je voor het mergen een Span- en Work vergelijking:

$$MS(n) = \text{Search-Span} + MS(n/2)$$

$$MW(n) = \text{Search-Work} + 2 * MW(n/2)$$

Oplossing met Binary Search:

$$MS(n) = \lg n + MS(n/2)$$

MT: $a=1, b=2$ dus $b \log a = 0$

$f(n) = \lg n$, dus $n^0 \cdot \lg n$.

Evenwicht want gelyke macht!

Dus extra \lg :

$$MS(n) = \lg^2 n.$$

$$MW(n) = \lg n + 2 MW(n/2)$$

MT: $a=b=2$ dus $b \log a = 1$.

$f(n) = n^0 \cdot \lg n$, dus $n^{b \log a}$ is meer

$$MW(n) = n^1.$$

Sorteren bestaat uit twee deelsorteringen van halve omvang plus een Merge.

Dus $SS(n) = SS(n/2) + MS(n)$ ("SortSpan" en)
 $SW(n) = 2 * SW(n/2) + MW(n)$ ("SortWork")

Voor Opl. 1 wordt dit (nu we MS en MW kennen!)

$$SS(n) = SS(n/2) + \lg^2 n$$

$$SW(n) = 2 * SW(n/2) + n$$

Oplossen van SS: $a=0$ $b=1$ dus $b \log a = 0$
 $f(n) = n^0 \cdot \lg^2 n$
 dus gelyke exponent! Extra lg.

$$\underline{SS(n) = \lg^3 n}$$

Oplossen van SW: Vergelyking hetzelfde als
Sequentiele Merge Sort,
dus oplossing ook!

SW(n) = n lg n.

Groene oplossing (dus met Bin Search)

is Optimaal want met "hetzelfde" werk
doen we het in polylog span.

Uitwerking 2, Flash Search.

$$MS(n) = O(1) + MS(n/2)$$

↑ Want search kost $O(1)$ span.

MT: $f(n) = n^0$, $a=1$, $b=2$, ${}^b\log a = 0$.
Evenwicht dus extra \lg !

$$MS(n) = \lg n.$$

$$MW(n) = O(n) + 2 * MW(n/2)$$

MT: $f(n) = n^1$, $a=2=b$, ${}^b\log a = 1$,
Evenwicht dus extra \log !

$$MW(n) = n \lg n.$$

Doorstromen naar de Sort als geheel:

$$\begin{aligned} SS(n) &= MS(n) + SS(n/2) \\ &= \lg n + SS(n/2) \end{aligned}$$

MT: $a=1$, $b=2$, ${}^b\log a = 0$, $f = n^0 \cdot \lg n$
Evenwicht dus extra \log !

$$SS(n) = \lg^2 n$$

$$\begin{aligned} SW(n) &= 2 * SW(n/2) + MW(n) \\ &= 2 * SW(n/2) + n \lg n \end{aligned}$$

MT: $a=b=2$, ${}^b\log a = 1$, $f = n^1 \cdot \lg n$
Evenwicht dus extra \log

$$SW(n) = n \cdot \lg^2 n.$$

Uitwerking 2 heeft een lagere span dan uitw1,
maar tegen logaritmische overhead!
Niet optimaal maar wel efficient nog.