Grammatica's en Ontleden
Deeltentamen 1 (van 2)

Bastiaan Heeren

Center for Software Technology, Universiteit Utrecht
http://www.cs.uu.nl/groups/ST/

Donderdag 21 december 2006

1) Doorsnede van twee talen

Gegeven zijn de talen L en M met hetzelfde alfabet. Hieronder staan twee beweringen over deze talen:

Bewering 1: "Als L en M allebei context-vrij zijn, dan is $L \cap M$ ook een context-vrije taal."

Bewering 2: "Als L en M allebei regulier zijn, dan is $L \cap M$ ook een reguliere taal."

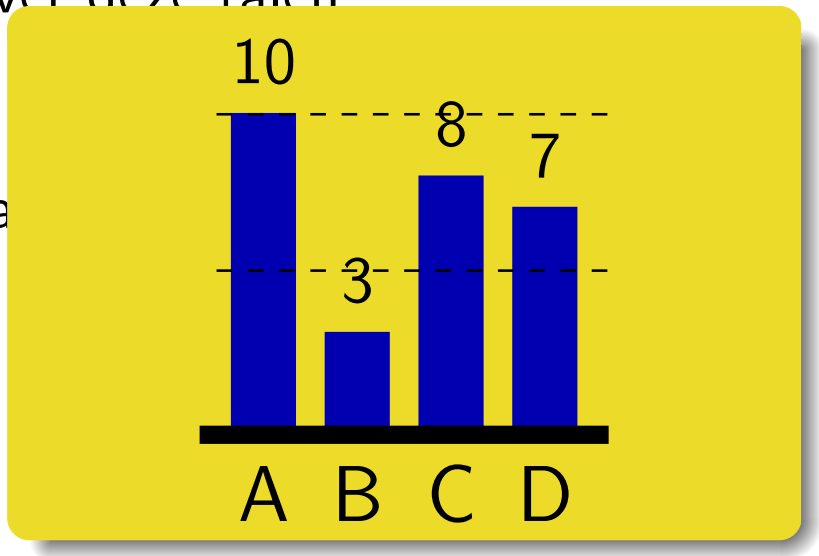
A) Beide beweringen zijn onjuist
B) Alleen bewering 1 is waar
C) Alleen bewering 2 is waar
D) Beide beweringen zijn waar

1) Doorsnede van twee talen

Gegeven zijn de talen L en M met hetzelfde alfabet. Hieronder staan twee beweringen over deze talen:

Bewering 1: "Als dan is $L \cap M$ ook een context-vrije ta

Bewering 2: "Als is $L \cap M$ ook een reguliere taal."



A) Beide beweringen zijn onjuist

B) Alleen bewering 1 is waar

C) Alleen bewering 2 is waar

D) Beide beweringen zijn waar

1) Doorsnede van twee talen

Gegeven
twee bew

Bewering
een conte

Bewering
reguliere

Opgave 2.32 laat zien dat Bewering 1 niet klopt:

- $L_1 = \{a^n b^n c^m | n, m \in \mathbb{N}\}$ is context-vrij
- $L_2 = \{a^n b^m c^m | n, m \in \mathbb{N}\}$ is context-vrij
- $L_1 \cap L_2$ is dus $\{a^n b^n c^n | n \in \mathbb{N}\}$ en deze taal is niet context-vrij

(Het zal niet lukken om voor deze taal een context-vrije grammatica te geven.)

A) Beide beweringen zijn onjuist
B) Alleen bewering 1 is waar
C) Alleen bewering 2 is waar
D) Beide beweringen zijn waar

1) Doorsnede van twee talen

Gegeven
twee bew

Bewering
een conte

Bewering
reguliere

Opgave 2.32 laat zien dat Bewering 1 niet klopt:

- $L_1 = \{a^n b^n c^m | n, m \in \mathbb{N}\}$ is context-vrij
- $L_2 = \{a^n b^m c^m | n, m \in \mathbb{N}\}$ is context-vrij
- $L_1 \cap L_2$ is dus $\{a^n b^n c^n | n \in \mathbb{N}\}$ en deze taal is niet context-vrij

(Het zal niet lukken om voor deze taal een context-vrije grammatica te geven.)

A)
B)
C)
D)

Bewering 2 klopt wel: lees de tekst onder Stelling 10 van H5:

"Regular languages are closed under intersection and complement."

Opgave 5.6 beschrijft hoe je dit kunt bewijzen met behulp van twee NFA's.

1) Doorsnede van twee talen

Gegeven zijn de talen L en M met hetzelfde alfabet. Hieronder staan twee beweringen over deze talen:

Bewering 1: "Als L en M allebei context-vrij zijn, dan is $L \cap M$ ook een context-vrije taal."

Bewering 2: "Als L en M allebei regulier zijn, dan is $L \cap M$ ook een reguliere taal."

A) Beide beweringen zijn onjuist
B) Alleen bewering 1 is waar
C) Alleen bewering 2 is waar (JUIST)
D) Beide beweringen zijn waar

2) Parser combinators

De functie *listOf* construeert uit twee parsers een nieuwe parser. De nieuwe parser kan worden gebruikt om één of meer keer iets te parsen (eerste argument) dat gescheiden is door iets anders (tweede argument). Ter herinnering: het type van deze combinator is:

$$listOf :: Parser\ s\ a \to Parser\ s\ b \to Parser\ s\ [a]$$

Welke van de onderstaande definities is een correcte implementatie van *listOf*?

A) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> s <*> listOf\ p\ s <|> succeed\ []$

B) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> many1\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)$

C) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> listOf\ p\ s)\ []$

D) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)\ []$

2) Parser combinators

De functie *listOf* construeert uit twee parsers een nieuwe parser. De nieuwe parser kan worden gebruikt om één of meer keer iets te parsen (eerste argument) dat gescheiden is door iets anders (tweede argument). Ter her… …binator is:

listOf :: *Parser* …]

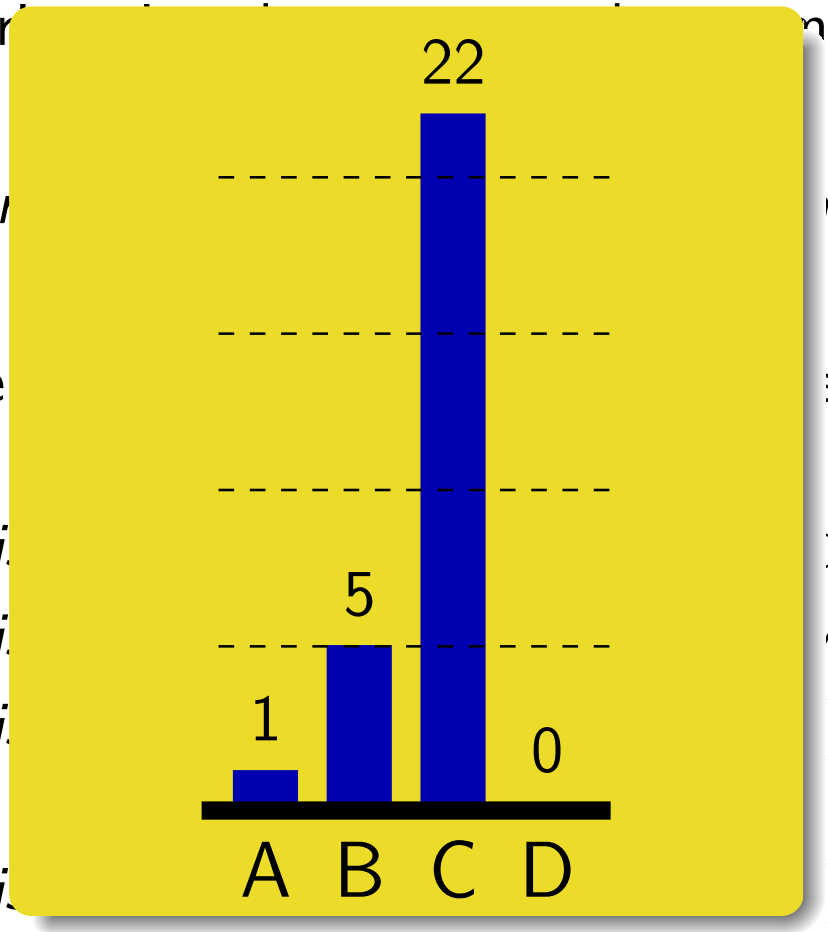
Welke van de onde… …e implementatie van *listOf*?

A) *listOf p s* = *li*… > *succeed* []

B) *listOf p s* = *li*… ') <$> *s* <*> *p*)

C) *listOf p s* = *li*…)<$>

D) *listOf p s* = *li*…) <$> *s* <*> *p*) []



2) Parser combinators

De functie *listOf* construeert uit twee parsers een nieuwe parser. De nieuwe parser kan worden gebruikt om één of meer keer iets te parsen (eerste argument) dat gescheiden is door iets anders (tweede argument). Ter herinnering: het type van deze combinator is:

$$listOf :: P$$

Eerst laten we de semantische functies buiten beschouwing

Welke van de onderstaande definities is een correcte implementatie van *listOf*?

A) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> s <*> listOf\ p\ s <|> succeed\ []$

B) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> many1\ ((\lambda x\ y \rightarrow y) <\$> s <*> p)$

C) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \rightarrow y) <\$> s <*> listOf\ p\ s)\ []$

D) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \rightarrow y) <\$> s <*> p)\ []$

2) Parser combinators

De functie *listOf* construeert uit twee parsers een nieuwe parser. De nieuwe parser kan worden gebruikt om één of meer keer iets te parsen (eerste argument) dat gescheiden is door iets anders (tweede argument). Ter herinnering: het type van deze combinator is:

$$listOf :: Parser\ s\ a \to Parser\ s\ b \to Parser\ s\ [a]$$

Welke van de onderstaande definities is een correcte implementatie van *listOf*?

A) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> s <*> listOf\ p\ s <|> succeed\ []$

B) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> many1\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)$

C) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> listOf\ p\ s)\ []$

D) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)\ []$

2) Parser combinators

De functie *listOf* construeert uit twee parsers een nieuwe parser. De nieuwe parser kan worden gebruikt om één of meer keer iets te parsen (eers
argu

- Definitie A kan ϵ afleiden
- Definitie B herkent minstens twee p's
- Definitie D kan hooguit twee p's afleiden

Welke van de onderstaande definities is een correcte implementatie van *listOf*?

A) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> s <*> listOf\ p\ s <|> succeed\ []$

B) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> many1\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)$

C) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$>$
$s <*> listOf\ p\ s)\ []$

D) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)\ []$

2) Parser combinators

De functie *listOf* construeert uit twee parsers een nieuwe parser. De nieuwe parser kan worden gebruikt om één of meer keer iets te parsen (eers
argu

- Definitie A kan ϵ afleiden
- Definitie B herkent minstens twee p's
- Definitie D kan hooguit twee p's afleiden

Gelukkig is Definitie C precies wat we zoeken: ook de semantische functies zijn correct!

Welk ntatie van *listOf*?

A) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> s <*> listOf\ p\ s <|> succeed\ []$

B) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> many1\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)$

C) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$>\ s <*> listOf\ p\ s)\ []$

D) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)\ []$

2) Parser combinators

De functie *listOf* construeert uit twee parsers een nieuwe parser. De nieuwe parser kan worden gebruikt om één of meer keer iets te parsen (eerste argument) dat gescheiden is door iets anders (tweede argument). Ter herinnering: het type van deze combinator is:

$$listOf :: Parser\ s\ a \to Parser\ s\ b \to Parser\ s\ [a]$$

Welke van de onderstaande definities is een correcte implementatie van *listOf*?

A) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> s <*> listOf\ p\ s <|> succeed\ []$

B) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> many1\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)$

C) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$>$
$s <*> listOf\ p\ s)\ []$ (JUIST)

D) $listOf\ p\ s = list <\$> p <*> option\ ((\lambda x\ y \to y) <\$> s <*> p)\ []$

3) Grammatica transformatie

Laat $G = (T, N, R, S)$ een reguliere grammatica zijn voor de reguliere taal L en $S' \notin N$. Welke van de onderstaande grammatica's genereert de taal L^* en is nog steeds regulier?

A) $(T, N \cup \{S'\}, R' \cup \{S' \to S, S' \to \epsilon\}, S')$, zodanig dat R' alle regels uit R bevat waarbij achter iedere productieregel die niet eindigt op een hulpsymbool S' wordt geplakt.

B) $(T, N \cup \{S'\}, R \cup \{S' \to S\ S', S' \to \epsilon\}, S')$

C) $(T, N \cup \{S'\}, R' \cup \{S' \to S, S' \to \epsilon\}, S')$, zodanig dat R' precies alle regels uit R bevat plus de productieregels $X \to S'$ voor alle hulpsymbolen X uit de verzameling N.

D) De grammatica G zelf.

3) Grammatica transformatie

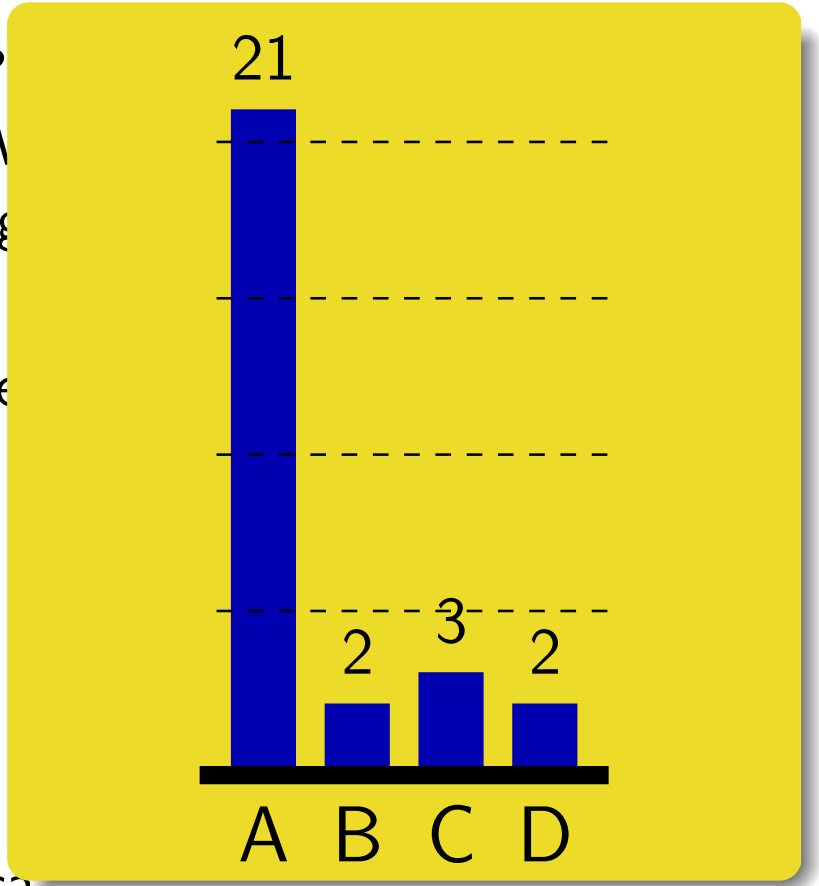
Laat $G = (T, N, R$ n voor de reguliere taal L en $S' \notin N$. V matica's genereert de taal L^* en is nog

A) $(T, N \cup \{S'\},$ anig dat R' alle regels uit R be tieregel die niet eindigt op een

B) $(T, N \cup \{S'\},$

C) $(T, N \cup \{S'\},$ anig dat R' precies alle regels uit $X \to S'$ voor alle hulpsymbolen

D) De grammatica



3) Grammatica transformatie

Opgave 5.1 geeft het juiste antwoord:

- De grammatica van B is niet langer regulier
- Antwoord D is nonsens: $L(G)$ kan anders zijn dan $L(G)^*$

iere
eert

A) $(T, N \cup \{S'\}, R' \cup \{S' \to S, S' \to \epsilon\}, S')$, zodanig dat R' alle regels uit R bevat waarbij achter iedere productieregel die niet eindigt op een hulpsymbool S' wordt geplakt.

B) $(T, N \cup \{S'\}, R \cup \{S' \to S\ S', S' \to \epsilon\}, S')$

C) $(T, N \cup \{S'\}, R' \cup \{S' \to S, S' \to \epsilon\}, S')$, zodanig dat R' precies alle regels uit R bevat plus de productieregels $X \to S'$ voor alle hulpsymbolen X uit de verzameling N.

D) De grammatica G zelf.

3) Grammatica transformatie

Opgave 5.1 geeft het juiste antwoord:

- De grammatica van B is niet langer regulier
- Antwoord D is nonsens: $L(G)$ kan anders zijn dan $L(G)^*$
- Ook C is fout (hele andere taal)

iere

eert

e

regels uit R bevat waarbij achter iedere productieregel die niet eindigt op een hulpsymbool S' wordt geplakt.

B) $(T, N \cup \{S'\}, R \cup \{S' \to S\ S', S' \to \epsilon\}, S')$

C) $(T, N \cup \{S'\}, R' \cup \{S' \to S, S' \to \epsilon\}, S')$, zodanig dat R' precies alle regels uit R bevat plus de productieregels $X \to S'$ voor alle hulpsymbolen X uit de verzameling N.

D) De grammatica G zelf.

3) Grammatica transformatie

Laat $G = (T, N, R, S)$ een reguliere grammatica zijn voor de reguliere taal L en $S' \notin N$. Welke van de onderstaande grammatica's genereert de taal L^* en is nog steeds regulier?

A) $(T, N \cup \{S'\}, R' \cup \{S' \to S, S' \to \epsilon\}, S')$, zodanig dat R' alle regels uit R bevat waarbij achter iedere productieregel die niet eindigt op een hulpsymbool S' wordt geplakt. (JUIST)

B) $(T, N \cup \{S'\}, R \cup \{S' \to S\ S', S' \to \epsilon\}, S')$

C) $(T, N \cup \{S'\}, R' \cup \{S' \to S, S' \to \epsilon\}, S')$, zodanig dat R' precies alle regels uit R bevat plus de productieregels $X \to S'$ voor alle hulpsymbolen X uit de verzameling N.

D) De grammatica G zelf.

4) Links-recursie verwijderen

Met de volgende grammatica kan een treinreis worden beschreven:

$$\begin{array}{lcl} TS & \rightarrow & TS\ Tijd\ Tijd\ TS \mid Station \\ Station & \rightarrow & Identifier \\ Tijd & \rightarrow & Nat : Nat \end{array}$$

Welke van de onderstaande grammatica's is niet meer links-recursief en nog wel equivalent?

A) $TS \rightarrow TS\ (Tijd\ Tijd\ Station)*$

B) $\begin{array}{lcl} TS & \rightarrow & Station \mid Station\ Z \\ Z & \rightarrow & Tijd\ Tijd\ TS \mid Tijd\ Tijd\ TS\ Z \end{array}$

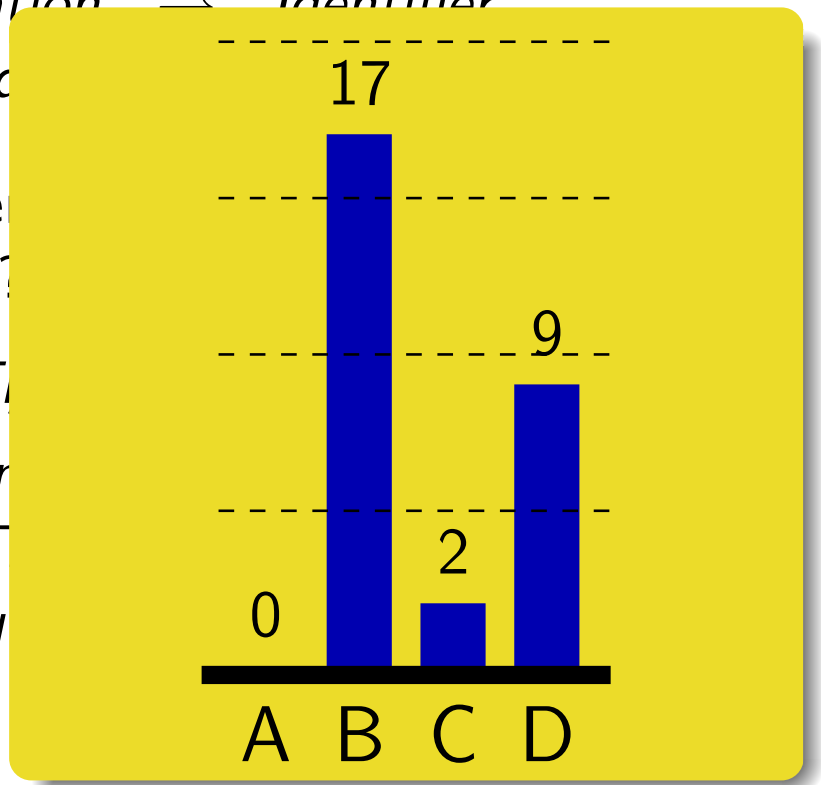
C) $\begin{array}{lcl} TS & \rightarrow & Z\ Tijd\ Tijd\ TS \mid Station \\ Z & \rightarrow & TS \mid \epsilon \end{array}$

D) $\begin{array}{lcl} TS & \rightarrow & Station\ Tijd\ Tijd\ Z \\ Z & \rightarrow & Station \mid TS \end{array}$

4) Links-recursie verwijderen

Met de volgende grammatica kan een treinreis worden beschreven:

$$TS \rightarrow TS\ Tijd\ Tijd\ TS \mid Station$$
$$Station \rightarrow Identifier$$
$$Tijd \rightarrow$$



Welke van de onde er links-recursief en nog wel equivalent?

A) $TS \rightarrow TS\ (T$

B) $TS \rightarrow Station$
$Z \rightarrow Tijd\ T$

C) $TS \rightarrow Z\ Tijd$
$Z \rightarrow TS \mid \epsilon$

D) $TS \rightarrow Station\ Tijd\ Tijd\ Z$
$Z \rightarrow Station \mid TS$

4) Links-recursie verwijderen

Met de volgende grammatica kan een treinreis worden beschreven:

$$TS \quad \rightarrow \quad TS\ Tijd\ Tijd\ TS \mid Station$$

- A is nog steeds links-recursief
- C is indirect links-recursief (en ook verschillend):
  $TS \Rightarrow Z\ Tijd\ Tijd\ TS \Rightarrow TS\ Tijd\ Tijd\ TS$

ef en nog wel equivalent?

A) $TS \rightarrow TS\ (Tijd\ Tijd\ Station)*$

B) $TS \rightarrow Station \mid Station\ Z$
   $Z \rightarrow Tijd\ Tijd\ TS \mid Tijd\ Tijd\ TS\ Z$

C) $TS \rightarrow Z\ Tijd\ Tijd\ TS \mid Station$
   $Z \rightarrow TS \mid \epsilon$

D) $TS \rightarrow Station\ Tijd\ Tijd\ Z$
   $Z \rightarrow Station \mid TS$

4) Links-recursie verwijderen

Met de volgende grammatica kan een treinreis worden beschreven:

$$TS \quad \rightarrow \quad TS\ Tijd\ Tijd\ TS \mid Station$$

- A is nog steeds links-recursief
- C is indirect links-recursief (en ook verschillend):
  $$TS \Rightarrow Z\ Tijd\ Tijd\ TS \Rightarrow TS\ Tijd\ Tijd\ TS$$
- Voor grammatica D geldt dat $TS \not\Rightarrow Station$

Het goede antwoord (B) is verkregen na de grammatica transformatie op pagina 24 van het diktaat (*"removing left recursion"*).

ef en

C) $TS \rightarrow Z\ Tijd\ Tijd\ TS \mid Station$
   $Z \rightarrow TS \mid \epsilon$

D) $TS \rightarrow Station\ Tijd\ Tijd\ Z$
   $Z \rightarrow Station \mid TS$

4) Links-recursie verwijderen

Met de volgende grammatica kan een treinreis worden beschreven:

$$\begin{array}{lcl} \mathit{TS} & \rightarrow & \mathit{TS}\ \mathit{Tijd}\ \mathit{Tijd}\ \mathit{TS} \mid \mathit{Station} \\ \mathit{Station} & \rightarrow & \mathit{Identifier} \\ \mathit{Tijd} & \rightarrow & \mathit{Nat} : \mathit{Nat} \end{array}$$

Welke van de onderstaande grammatica's is niet meer links-recursief en nog wel equivalent?

A) $\mathit{TS} \rightarrow \mathit{TS}\ (\mathit{Tijd}\ \mathit{Tijd}\ \mathit{Station})*$

B) $\mathit{TS} \rightarrow \mathit{Station} \mid \mathit{Station}\ Z$
$Z \rightarrow \mathit{Tijd}\ \mathit{Tijd}\ \mathit{TS} \mid \mathit{Tijd}\ \mathit{Tijd}\ \mathit{TS}\ Z$ (JUIST)

C) $\mathit{TS} \rightarrow Z\ \mathit{Tijd}\ \mathit{Tijd}\ \mathit{TS} \mid \mathit{Station}$
$Z \rightarrow \mathit{TS} \mid \epsilon$

D) $\mathit{TS} \rightarrow \mathit{Station}\ \mathit{Tijd}\ \mathit{Tijd}\ Z$
$Z \rightarrow \mathit{Station} \mid \mathit{TS}$

5) Lexen en parsen

We gaan een lexer en een parser schrijven voor een taal die bestaat uit proposities met variabelen en universele kwantoren. Eerst worden een aantal voorbeeldzinnen gegeven uit de taal, daarna volgt nog een toelichting.

```
voor alle x,y : x of niet y
xs en (waar of onwaar of (voor alle y : niet y))
p en (q) of niet (p en q)
waar of niet niet waar
```

In proposities mogen variabelen worden gebruikt: zo'n variabele bestaat uit één of meer kleine letters. Sommige woorden (bijvoorbeeld `niet`) hebben een speciale betekenis en mogen niet als variabele worden gebruikt. Iedere geldige propositie mag tussen haakjes geschreven worden. Universele kwantificatie wordt genoteerd door `voor alle` (twee losse woorden), gevolgd door één of meer variabelen gescheiden door komma's, gevolgd door een dubbele punt en een propositie. Tenslotte hebben we nog de binaire operatoren `en` en `of` (deze worden infix geschreven), de unaire operator `niet`, en de twee constanten `waar` en `onwaar`.

5) Lexen en parsen (deel twee)

Als eerste gaan we een lexer schrijven. Net als bij de eerste twee praktikumopgaven zijn we niet geïnteresseerd in whitespace: spaties dienen alleen om de tokens van elkaar te scheiden en mogen door de lexer worden weggegooid. Hieronder staat een datatype voor de tokens en de definitie van de tabel *terminals*. Deze definities mag je gebruiken om de lexer te definiëren.

```
data Token = Variabele String | Waar | Onwaar | Voor | Alle
           | Niet | En | Of | Komma | DPunt | Open | Sluit
  deriving (Show, Eq)

terminals =
  [(Waar, "waar"), (Onwaar, "onwaar"), (Voor,  "voor")
  ,(Alle, "alle"), (Niet,   "niet"  ), (En,    "en"   )
  ,(Of,   "of"   ), (Komma, ","     ), (DPunt, ":"    )
  ,(Open, "("    ), (Sluit,  ")"     )]
```

5a) Lexicale analyse

Schrijf een lexer voor de taal van proposities met behulp van de parser combinators. Het resultaat moet van het type [*Token*] zijn. Geef ook het type van de lexer.

5a) Lexicale analyse

Schrijf een lexer voor de taal van proposities met behulp van de parser combinators. Het resultaat moet van het type [*Token*] zijn. Geef ook het type van de lexer.

```
lexProp :: Parser Char [Token]
lexProp = pack whiteSpace (listOf parseToken whiteSpace) whiteSpace

whiteSpace :: Parser Char String
whiteSpace = greedy (satisfy isSpace)

parseToken :: Parser Char Token
parseToken  =  choice (map f terminals)
           <|> Variabele <$> greedy1 (satisfy isLower)
  where f (t, s) = const t <$> token s
```

5a) Lexicale analyse

Schrijf ee
combinat
het type

Opmerkingen:

- Variabelen komen na de terminals
- Gebruik *determ* in *parseToken* om een keyword gebruikt als variabele te verbieden.

```
lexProp :: Parser Char [Token]
lexProp = pack whiteSpace (listOf parseToken whiteSpace) whiteSpace

whiteSpace :: Parser Char String
whiteSpace = greedy (satisfy isSpace)

parseToken :: Parser Char Token
parseToken  =  choice (map f terminals)
           <|> Variabele <$> greedy1 (satisfy isLower)
  where f (t, s) = const t <$> token s
```

5) Lexen en parsen (vervolg)

Voordat we een grammatica en een parser kunnen schrijven voor de taal moeten we zeer precies specificeren hoe een zin uit de taal moet worden ontleed. Om een universeel gekwantificeerde propositie als onderdeel van een grotere propositie te gebruiken moeten er haakjes omheen geschreven worden. De unaire operator `niet` heeft de hoogste prioriteit. De zin `niet niet p` is een geldige propositie en betekent `niet (niet p)`. Van de twee binaire operatoren krijgt `en` de hoogste prioriteit. Beide operatoren zijn rechts associatief.

5b) Productieregels

Geef productieregels die de taal van proposities beschrijven en die niet ambigu zijn. Het is toegestaan (maar niet verplicht) om EBNF notatie te gebruiken.

5b) Productieregels

Geef productieregels die de taal van proposities beschrijven en die niet ambigu zijn. Het is toegestaan (maar niet verplicht) om EBNF notatie te gebruiken.

$$
\begin{aligned}
\mathit{Prop}_1 &\rightarrow Q^{?}\ \mathit{Prop}_2 \\
\mathit{Prop}_2 &\rightarrow \mathit{Prop}_3\ (\texttt{of}\ \mathit{Prop}_3)^{*} \\
\mathit{Prop}_3 &\rightarrow \mathit{Prop}_4\ (\texttt{en}\ \mathit{Prop}_4)^{*} \\
\mathit{Prop}_4 &\rightarrow \texttt{niet}\ \mathit{Prop}_4 \mid \mathit{Prop}_5 \\
\mathit{Prop}_5 &\rightarrow V \mid \texttt{waar} \mid \texttt{onwaar} \mid (\ \mathit{Prop}_1\ ) \\
Q &\rightarrow \texttt{voor alle}\ V\ (,\ V)^{*}\ : \\
V &\rightarrow \mathit{ULetter}^{+}
\end{aligned}
$$

5b) Product

Geef productie
ambigu zijn. H
te gebruiken.

Opmerkingen:

- Let op de verschillende prioriteits-niveaus in de grammatica
- Een alternatieve formulatie (in BNF):

  $$Prop_2 \rightarrow Prop_3 \texttt{ of } Prop_2 \mid Prop_3$$

- $Prop_4$ en $Prop_5$ mogen worden samengevoegd
- In $Prop_5$ zijn de haakjes terminal symbolen

$$
\begin{aligned}
Prop_1 &\rightarrow Q^{?}\ P\\
Prop_2 &\rightarrow Prop_3\ (\texttt{of}\ Prop_3)^{*}\\
Prop_3 &\rightarrow Prop_4\ (\texttt{en}\ Prop_4)^{*}\\
Prop_4 &\rightarrow \texttt{niet}\ Prop_4 \mid Prop_5\\
Prop_5 &\rightarrow V \mid \texttt{waar} \mid \texttt{onwaar} \mid (\ Prop_1\ )\\
Q &\rightarrow \texttt{voor alle}\ V\ (,\ V)^{*}\ :\\
V &\rightarrow ULetter^{+}
\end{aligned}
$$

5c) Abstracte syntax

Definieer een Haskell datatype *Prop* om ontleedbomen van proposities te representeren.

5c) Abstracte syntax

Definieer een Haskell datatype *Prop* om ontleedbomen van proposities te representeren.

```
data Prop = Const Bool
          | Var String
          | Not Prop
          | Prop :||: Prop
          | Prop :&&: Prop
          | Forall [String] Prop
```

5c) Abstracte syntax

Definieer een Haskell datatype *Prop* om ontleedbomen van proposities te representeren.

```
data Prop = Const Bool
          | Var String
          | Not Prop
          | Prop :||: Prop
          | Prop :&&: Prop
          | Forall [String] Prop
```

Opmerkingen:

- Haakjes horen niet thuis in de abstracte syntax
- De kwantor krijgt een lijst van strings (niet [*Prop*])

5d) Ontleder

Schrijf een parser voor proposities: ga er van uit dat de invoer al verwerkt is tot een lijst van tokens. De grammatica van onderdeel **b** is een goede basis voor de parser. Het resultaat van de parser moet het datatype zijn dat je voor onderdeel **c** hebt gekozen. Geef ook het type van de parser.

Hint: mocht je niet uit de semantische functies komen, schrijf dan wel de parser op waarin je de semantische functies open laat.

```
parseProp :: Parser Token Prop
parseProp = prop1 where
  prop1   =  ($) <$> option pQuan id <*> prop2
  pQuan   =  (λ_ _ xs _ → Forall xs) <$> symbol Voor <*> symbol Alle
                 <*> listOf pVar (symbol Komma) <*> symbol DPunt
  prop2   =  chainr prop3 (const (:||:)    <$> symbol Of)
  prop3   =  chainr prop4 (const (:&&:) <$> symbol En)
  prop4   =  const Not <$> symbol Niet <*> prop4 <|> prop5
  prop5   =  Var                       <$> pVar
         <|> const (Const True)  <$> symbol Waar
         <|> const (Const False) <$> symbol Onwaar
         <|> pack (symbol Open) prop1 (symbol Sluit)

pVar :: Parser Token String
pVar = (λ(Variabele x) → x) <$> satisfy isVar
  where isVar (Variabele _) = True
        isVar _             = False
```

```
parseProp :: Parser Token Prop
parseProp = prop1 where
  prop1   =  ($) <$> option pQuan id <*> prop2
  pQuan   =  (λ_ _ xs _ → Forall xs) <$> symbol Voor <*> symbol Alle
                 <*> listOf pVar (symbol Komma) <*> symbol DPunt
  prop2   =  chainr prop3 (const (:||:)    <$> symbol Of)
  prop3   =  chainr prop4 (const (:&&:) <$> symbol En)
  prop4   =  const Not <$> symbol Niet <*> prop4 <|> prop5
  prop5   =  Var                       <$> pVar
         <|> const (Const True)  <$> symbol Waar
         <|> const (Const False) <$> symbol Onwaar
         <|> pack (symbol Open) prop1 (symbol Sluit)

pVar :: Parser Token String
pVar = (λ(Variabele x) → x) <$> satisfy isVar
  where isVar (Variabele _) = True
        isVar _             = False
```

```
parseProp :: Parser Toke
parseProp = prop1 whe
  prop1   = ($) <$> c
  pQuan   = (λ_ _ xs _ → Forall xs) <$> symbol Voor <*> symbol Alle
              <*> listOf pVar (symbol Komma) <*> symbol DPunt
  prop2   = chainr prop3 (const (:||:)   <$> symbol Of)
  prop3   = chainr prop4 (const (:&&:) <$> symbol En)
  prop4   = const Not <$> symbol Niet <*> prop4 <|> prop5
  prop5   = Var                       <$> pVar
        <|> const (Const True)  <$> symbol Waar
        <|> const (Const False) <$> symbol Onwaar
        <|> pack (symbol Open) prop1 (symbol Sluit)

pVar :: Parser Token String
pVar = (λ(Variabele x) → x) <$> satisfy isVar
  where isVar (Variabele _) = True
        isVar _             = False
```

Opmerking:

- Deze parser is een directe vertaling van de eerder getoonde grammatica.

5e) Lexen en parsen

Schrijf een functie

$$test :: String \longrightarrow Prop$$

die een string ontleedt en een propositie teruggeeft. Je mag er van uit gaan dat de string altijd een geldige propositie voorstelt. De functie *start* om een parser mee op te starten mag *niet* bekend worden verondersteld. Als je deze functie wilt gebruiken dan moet je deze eerst nog definiëren.

5e) Lexen en parsen

Schrijf een functie

$$test :: String \rightarrow Prop$$

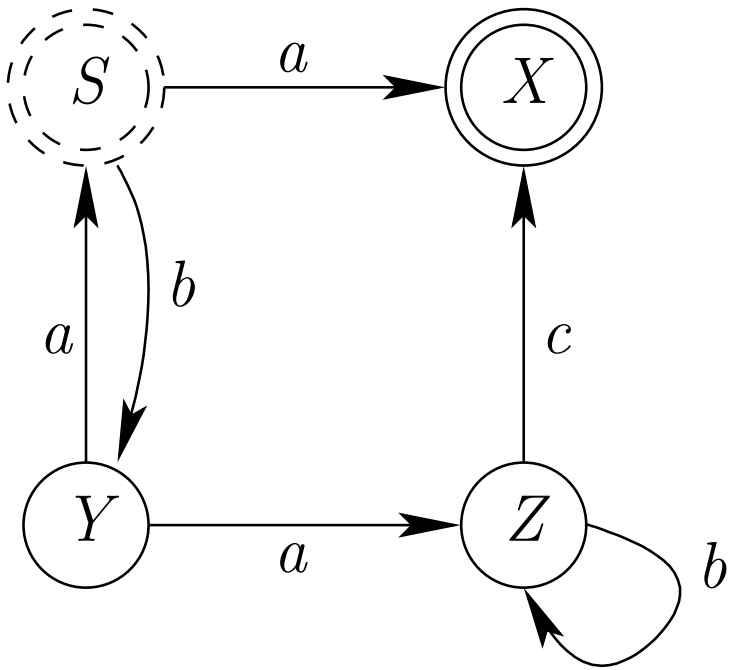
die een string ontleedt en een propositie teruggeeft. Je mag er van uit gaan dat de string altijd een geldige propositie voorstelt. De functie *start* om een parser mee op te starten mag *niet* bekend worden verondersteld. Als je deze functie wilt gebruiken dan moet je deze eerst nog definiëren.

$$test :: String \rightarrow Prop$$
$$test = start\ parseProp\ .\ start\ lexProp$$

$$start :: Parser\ s\ a \rightarrow [s] \rightarrow a$$
$$start\ p = fst\ .\ head\ .\ filter\ (null\ .\ snd)\ .\ p$$

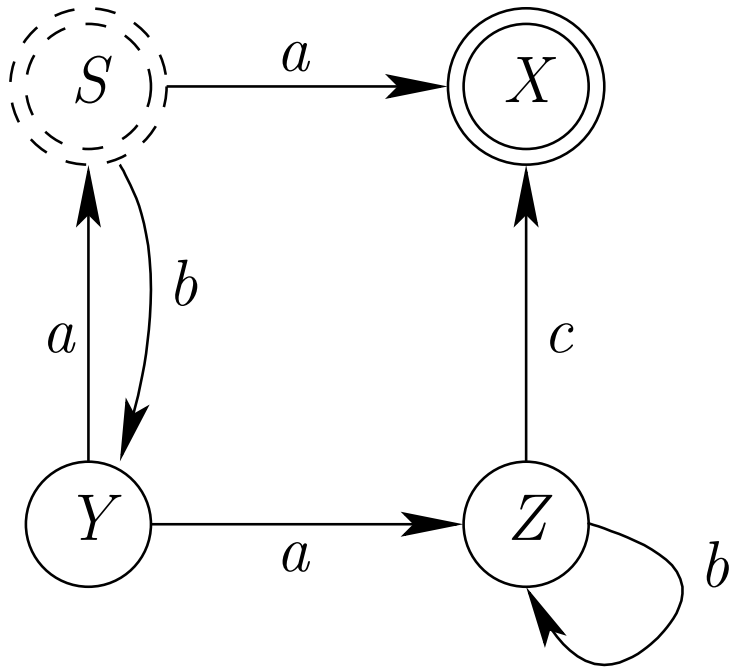
6) Reguliere talen

Gegeven is de volgende niet-deterministische eindige toestandsautomaat (NFA), waarin S de enige start-toestand is en $\{S, X\}$ de verzameling is van eind-toestanden.



6a) Wel in de taal

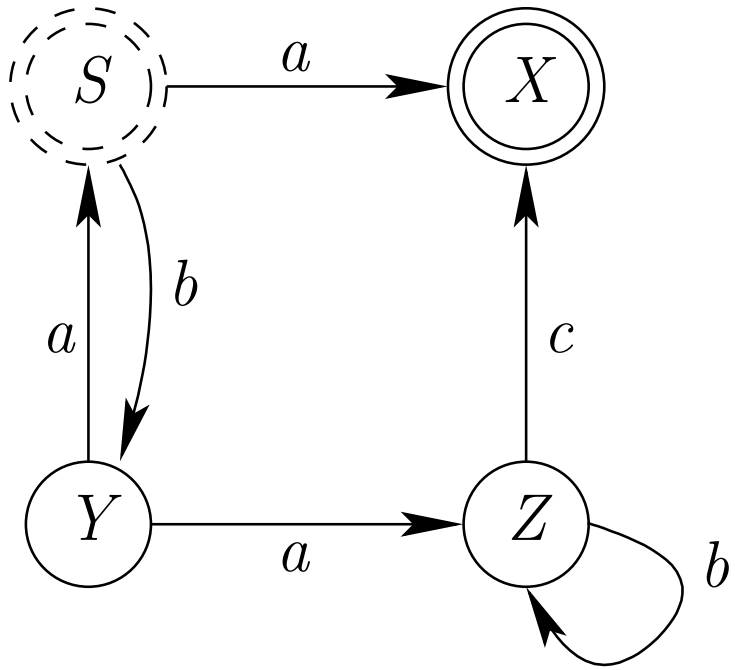
Geef drie verschillende strings uit $\{a, b, c\}^*$ die behoren tot de taal van de NFA.



6a) Wel in de taal

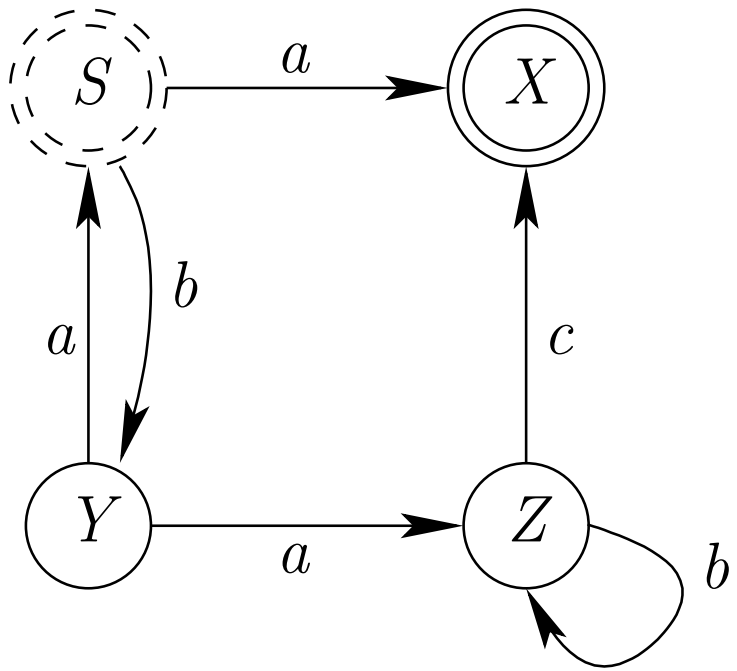
Geef drie verschillende strings uit $\{a, b, c\}^*$ die behoren tot de taal van de NFA.

- ϵ
- a
- ba
- baa
- bac
- . . . etcetera . . .



6b) Niet in de taal

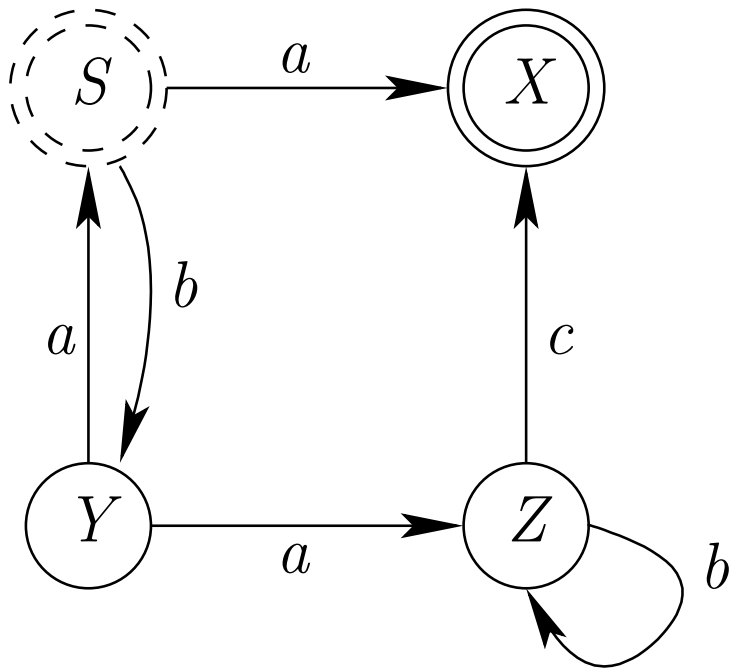
Geef drie verschillende strings uit $\{a, b, c\}^*$ die *niet* behoren tot de taal van de NFA.



6b) Niet in de taal

Geef drie verschillende strings uit $\{a, b, c\}^*$ die *niet* behoren tot de taal van de NFA.

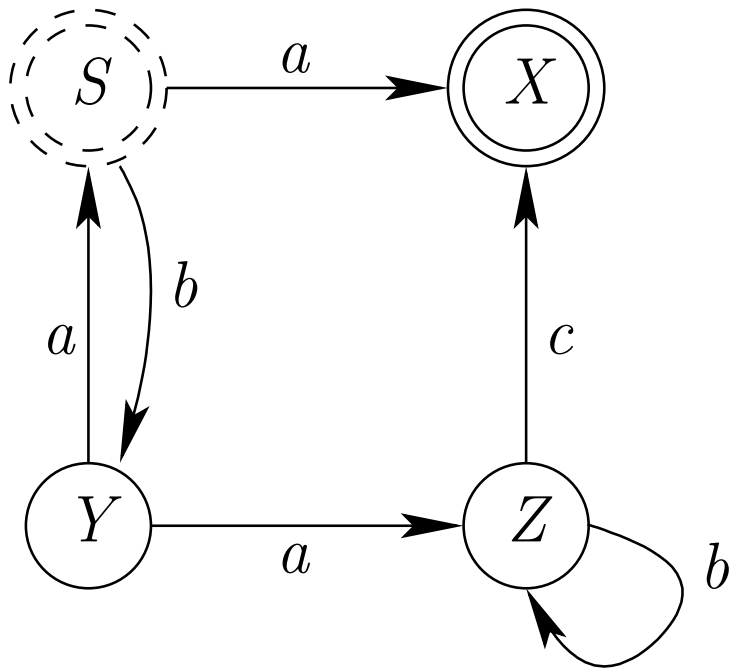
- c
- ca
- cb
- cc
- aa
- bb
- . . . etcetera . . .



6b) Niet in de taal

Geef drie verschillende strings uit $\{a, b, c\}^*$ die *niet* behoren tot de taal van de NFA.

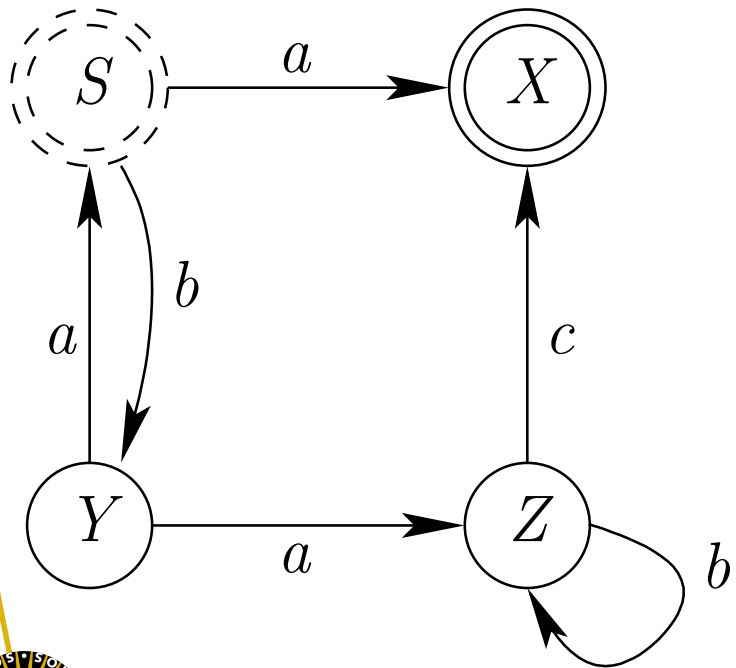
- *c*
- *ca*
- *cb*
- *cc*
- *aa*
- *bb*



Uitdaging: construeer eerst een automaat voor het complement van de NFA.

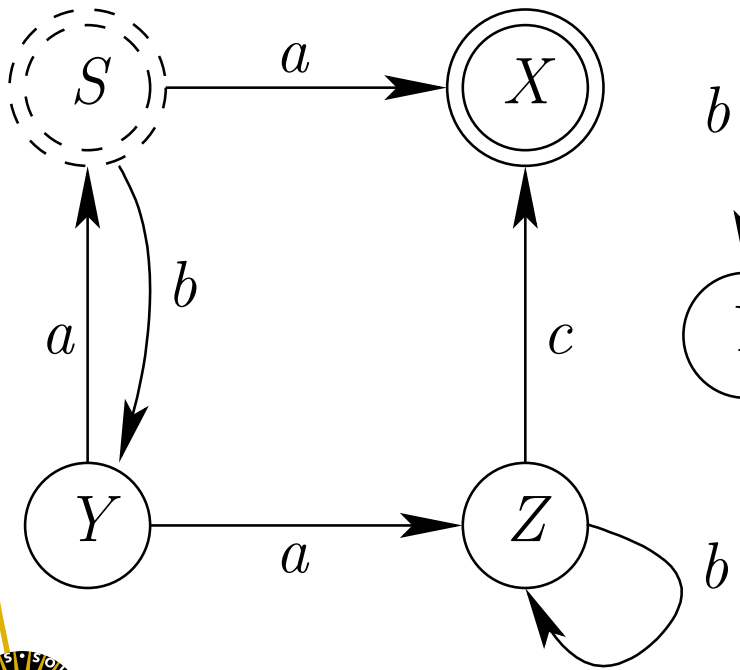
6c) Deterministische automaat

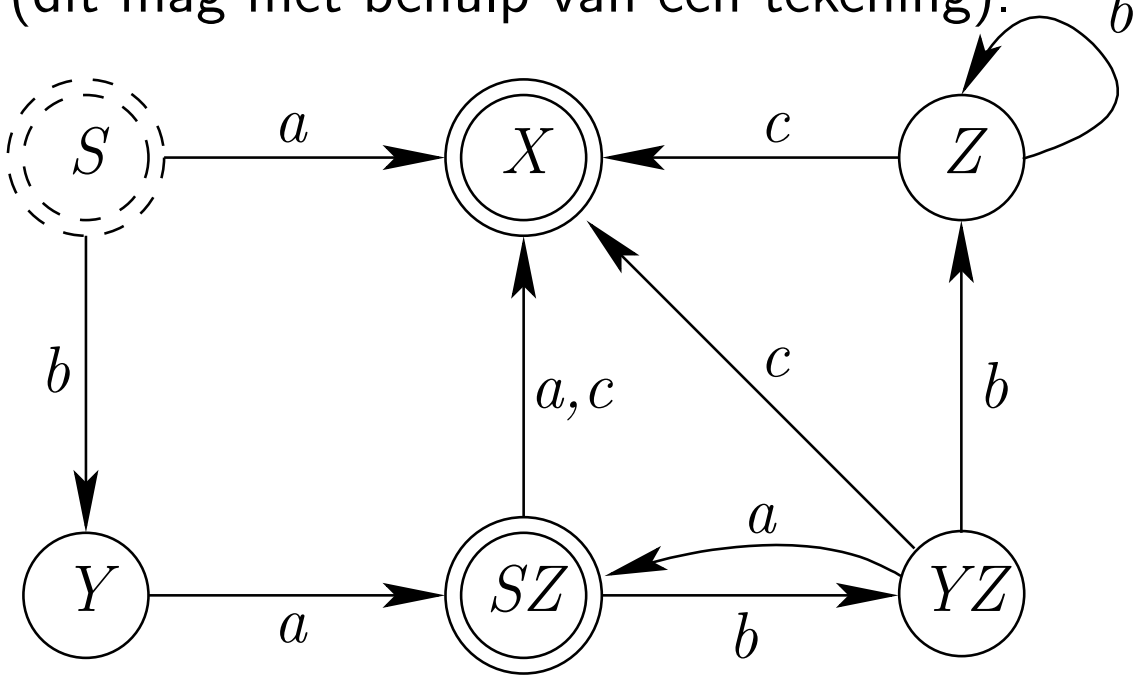
Construeer een deterministische toestandsautomaat (DFA) die dezelfde taal beschrijft als de NFA (dit mag met behulp van een tekening).



6c) Deterministische automaat

Construeer een deterministische toestandsautomaat (DFA) die dezelfde taal beschrijft als de NFA (dit mag met behulp van een tekening).

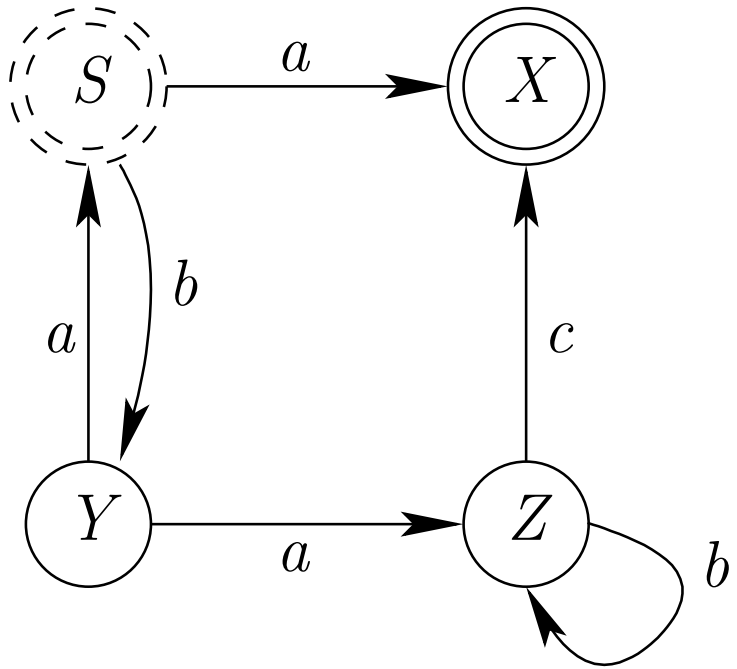




Ook *SZ* is een eindtoestand

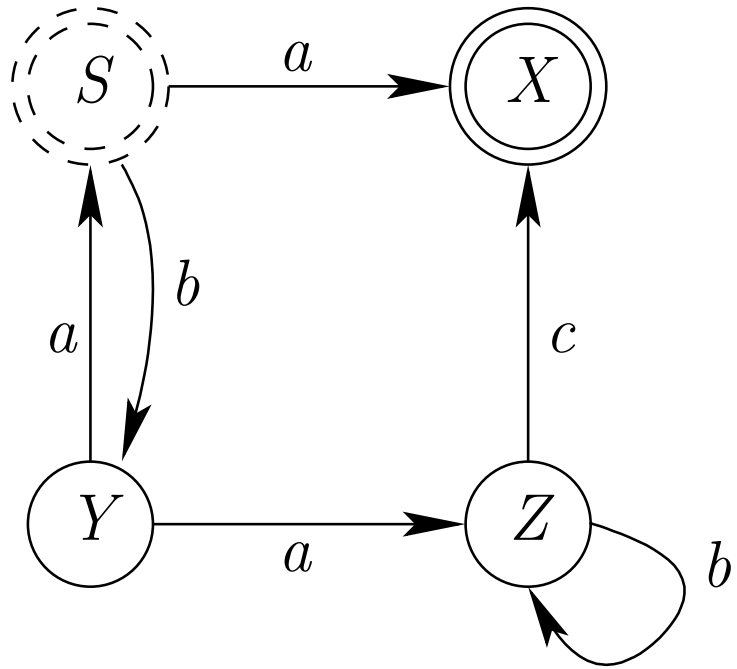
6d) Reguliere expressie

Geef een reguliere expressie die dezelfde taal beschrijft als de NFA.



6d) Reguliere expressie

Geef een reguliere expressie die dezelfde taal beschrijft als de NFA.



Oplossing 1: goed kijken

Eindigen in S:

- $(ba)*$

Eindigen in X:

- $(ba)*\ a$
- $(ba)*\ bab*\ c$

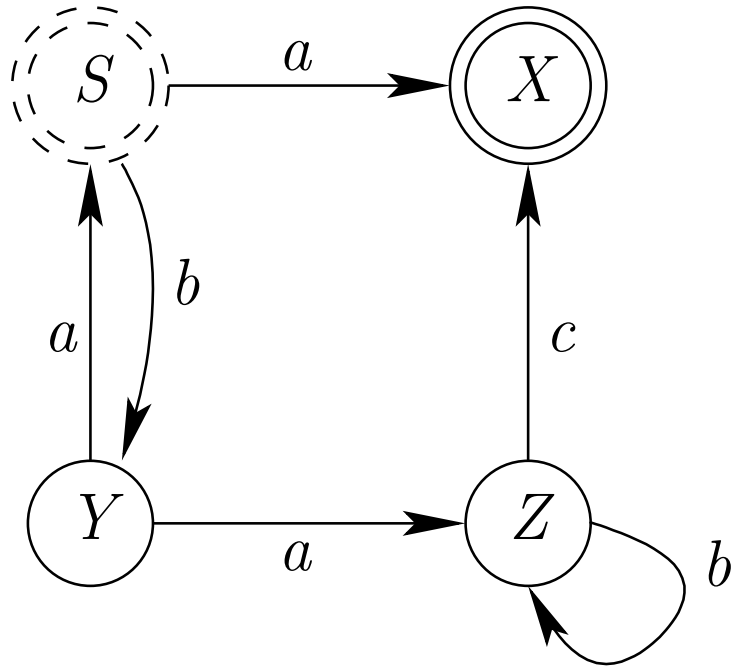
Oftewel: $(ba)*\ (\epsilon + a + bab*\ c)$

6d) Reguliere expressie

Geef een reguliere expressie die dezelfde taal beschrijft als de NFA.

Oplossing 2: vergelijkingen opstellen

$$\begin{cases} S &= aX + bY + \epsilon \\ X &= \epsilon \\ Y &= aS + aZ \\ Z &= bZ + cX \end{cases}$$



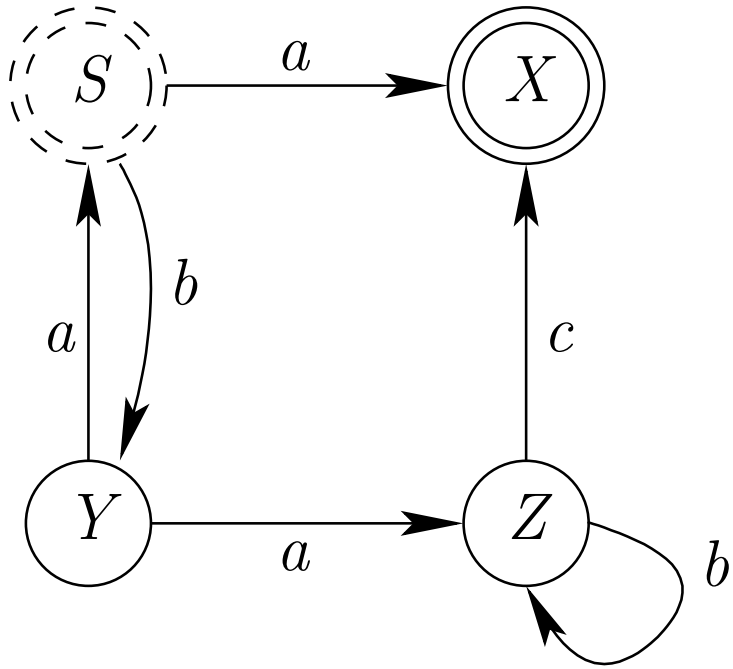
6d) Reguliere expressie

Geef een reguliere expressie die dezelfde taal beschrijft als de NFA.

Oplossing 2: vergelijkingen opstellen

$$\begin{cases} S &= aX + bY + \epsilon \\ X &= \epsilon \\ Y &= aS + aZ \\ Z &= bZ + cX \end{cases}$$

$$\begin{cases} S &= a + b(aS + aZ) + \epsilon \\ Z &= bZ + c \end{cases}$$



6d) Reguliere expressie

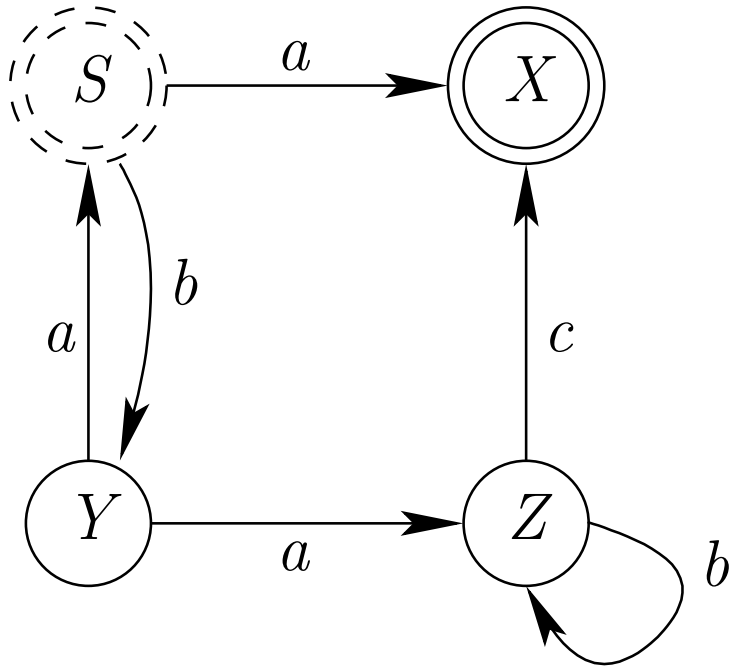
Geef een reguliere expressie die dezelfde taal beschrijft als de NFA.

Oplossing 2: vergelijkingen opstellen

$$\begin{cases} S &= aX + bY + \epsilon \\ X &= \epsilon \\ Y &= aS + aZ \\ Z &= bZ + cX \end{cases}$$

$$\begin{cases} S &= a + b(aS + aZ) + \epsilon \\ Z &= bZ + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} S &= (ba)*(\epsilon + a + baZ) \\ Z &= b* c \end{cases}$$



6d) Reguliere expressie

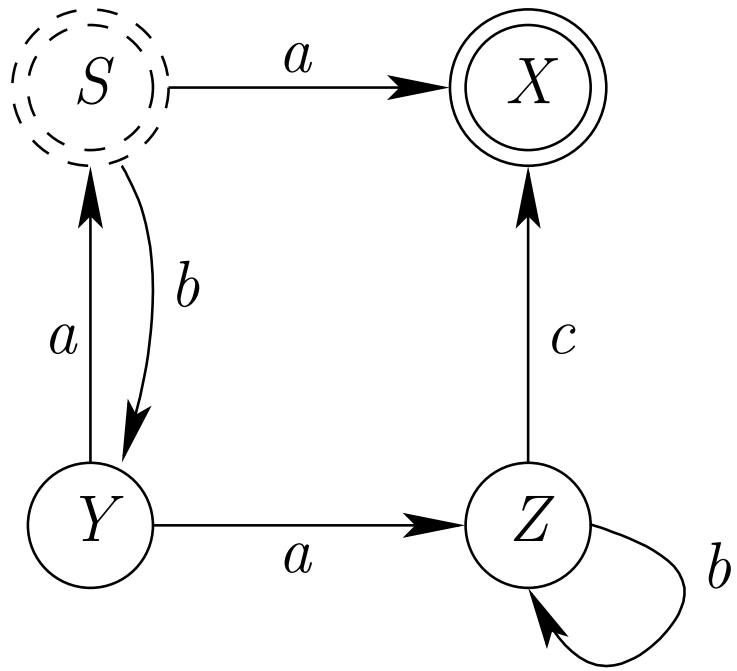
Geef een reguliere expressie die dezelfde taal beschrijft als de NFA.

Oplossing 2: vergelijkingen opstellen

$$\begin{cases} S &= aX + bY + \epsilon \\ X &= \epsilon \\ Y &= aS + aZ \\ Z &= bZ + cX \end{cases}$$

$$\begin{cases} S &= a + b(aS + aZ) + \epsilon \\ Z &= bZ + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} S &= (ba)*(\epsilon + a + baZ) \\ Z &= b* c \end{cases}$$



Oplossing:

$(ba)*(\epsilon + a + bab* c)$